

Un compte rendu de l'Université d'été de Saint Flour,
par
Isabelle Abou
Professeur
Académie de LA REUNION

UNIVERSITE D'ETE DE SAINT FLOUR "DES PROBLEMES DE MATHEMATIQUES VENUS D'AILLEURS"

L'université d'été "Des problèmes de mathématiques venus d'ailleurs", s'est déroulée à Saint Flour du 24 au 28 août 2009, sous l'égide de l'Inspection Générale de Mathématiques, et notamment de Madame Brigitte Bajou, doyenne de l'Inspection Générale à la suite de Monsieur Jacques Moisan, Inspecteur Général.

Ils ont donné dans leur présentation de l'Université d'été, ses contenus et objectifs.

Cette Université d'été est une action de formations de formateurs qui s'inscrit dans la perspective de la rénovation de l'enseignement des mathématiques, rénovation dans l'enseignement général mais aussi dans les voies technologique et professionnelle.

Le fil d'Ariane de cette université d'été est le nouveau programme de la classe de seconde avec notamment l'introduction de l'algorithmique au lycée, et les problèmes pédagogiques qui s'y rattachent.

Dans ce programme l'accent est mis sur la résolution de problèmes, qui peuvent venir des mathématiques elles-mêmes, des mathématiques appliquées, ou d'autres disciplines et de la vie courante.

Quand on essaie déplacer les mathématiques dans une perspective d'interdisciplinarité, on tombe dans "les mathématiques au service des autres disciplines", on voudrait montrer que les mathématiques se nourrissent elles-mêmes d'autres disciplines, le but étant de donner de sens aux mathématiques.

Se demander " Quelles compétences doivent acquérir les élèves ? ", revient à se demander "quels types de problèmes doivent-ils savoir résoudre ? ".

L'accent devra être mis sur les méthodes et non sur la technique.

L'algorithmique est non seulement une nouveauté en classe de seconde mais aussi pour le lycée tout entier, et il faut envisager la présence d'exercices d'algorithmique au baccalauréat lors de la session 2012.

La nécessité d'un logiciel vient ensuite, car l'algorithmique n'a pas de sens sans programmation.

Les participants à ce séminaire se doivent de partager et de diffuser les informations, les questionnements, et les conclusions des différentes réflexions qui ont été menées durant ce séminaire.

Je me situerai dans cette perspective, le but étant de tenter de transposer ces diverses activités dans l'enseignement et la formation.

Durant cette université d'été, se sont déroulées des conférences de chercheurs dans divers domaines et des ateliers pédagogiques.

Ces ateliers présentent des activités que l'on peut pratiquer avec les élèves c'est pourquoi les participants y sont mis en situation de recherche.

Il y a eu également des réunions de synthèse et la projection du film "Dimensions".

Je décrirai chacune des conférences de façon plus ou moins détaillée, les ateliers auxquels j'ai assisté, ainsi que le film projeté.

Pour des informations plus précises sur certaines conférences ou certains ateliers, un blog est accessible à l'adresse [.http://blogs.ac-amiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/](http://blogs.ac-amiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/)

⇒ **Conférences:**

Conférence inaugurale de *Etienne Ghys*

Membre de l'Académie des Sciences,

Directeur de recherche au CNRS,

Membre de l'Unité de Mathématiques Pures et Appliquées de l'ENS de Lyon.

Etienne Ghys a créé avec ses collègues une revue électronique intitulée "Images des Mathématiques", accessible à l'adresse images.math.cnrs.fr .

Elle contient des articles de scientifiques destinés à expliquer leurs recherches au grand public, ainsi que des "billets", sortes de cartes blanches aux chercheurs. On peut s'inscrire sur ce site pour être relecteur d'un article, et faire éventuellement des commentaires.

Etienne Ghys a donné comme thème à sa conférence, "Des problèmes de transports".

Elle fait référence à son article présent sur le site précédemment cité: " Le prix-de-l'anarchie ou la bonne gestion des réseaux de communication".

Voici quelques extraits de son article, qui permettent d'avoir un aperçu de sa conférence.

Le paradoxe de Braess :

En 1990, à l'occasion de la « journée de la Terre », la municipalité de New York décida de fermer la 42-ème rue à la circulation. Cette rue étant l'une des plus animées de Manhattan, on pensait que cette fermeture ne manquerait pas de ralentir la circulation et de provoquer des embouteillages supplémentaires. C'est le contraire qui se passa : le fait de fermer la 42-ème rue rendit la circulation plus fluide !

C'était l'une des premières fois où l'on voyait se réaliser « en vrai » un phénomène mis en évidence de manière théorique en 1968 par un universitaire allemand : le paradoxe de Braess.

Le conférencier mathématise ensuite le problème en définissant un réseau de circulation représenté par un graphe orienté et étiqueté.

Il définit un « routage » comme la donnée des choix d'itinéraires de tous les individus.

Un routage est un optimum égoïste si chacun y trouve son compte.

Le temps total d'un routage égoïste, notons-le $T\text{-égoïste}$, peut être supérieur au temps d'un routage social, notons-le $T\text{-social}$.

Si on laisse chacun décider ce qu'il veut de manière égoïste, le temps $T\text{-égoïste}$ peut-il être très supérieur au temps $T\text{-social}$?

Afin de répondre à cette question E Ghys a utilisé le théorème de Roughgarden et Tardos (2002), qui permet d'estimer ce que Koutsoupias et Papadimitriou ont baptisé « le prix-de-l'anarchie » qui est *par définition* le quotient de $T\text{-égoïste}$ et $T\text{-social}$.

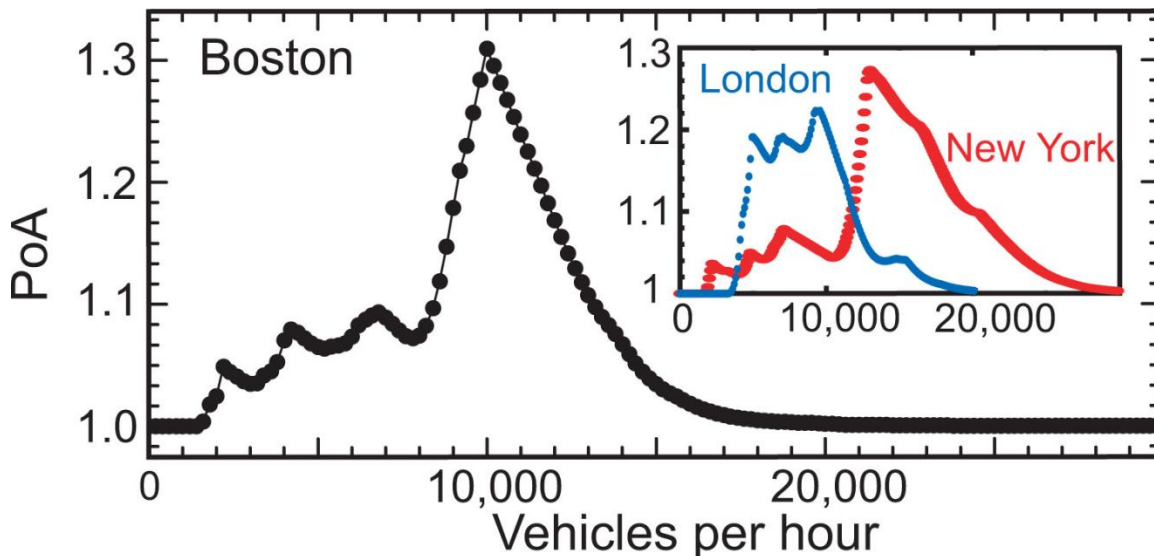
Théorème: le prix-de-l'anarchie ne dépasse pas $4/3$.

C'est à dire que l'on ne peut pas perdre plus d'un tiers de notre temps à cause de notre égoïsme.

Pour en revenir à notre allégorie routière, l'économiste Pigou remarque que: *un système de communication régulé de manière « centralisée », imposant des comportements à certains individus, peut circuler beaucoup mieux qu'un système dans lequel chacun peut choisir son comportement comme bon lui semble. L'« optimum social » est (parfois) bien meilleur que l'« optimum libéral ».*

Il est raisonnable de se demander si le cas de Pigou est en quelque sorte un cas exceptionnel ?

Peut-être que pour un réseau « normal », le temps social ne diffère pas trop du temps égoïste ? Malheureusement, il n'en est rien.



Les graphiques ci-dessus représentent le "prix-de-l'anarchie" à Boston, New York et Londres, en fonction du nombre de véhicules/heure.

On voit que le phénomène Pigou se présente à Boston : à cause de leur égoïsme, les automobilistes de Boston perdent environ 30% de leur temps, pour un nombre de véhicules x de taille modérée, autour de 10 000.

Pour un réseau aléatoire, Valiant et Roughgarden montrent que le paradoxe de Braess se produit avec une probabilité presque sûre si le nombre de villes est grand.

En fermant quelques routes bien choisies, on améliore le temps égoïste.

De même, dans les exemples de Boston, New York et Londres, les trois physiciens Young, Jeong et Gastner montrent qu'en fermant quelques rues, on améliore le trafic.

Pour Boston, ils identifient 6 rues qui ont cette propriété.

Mais attention ! Les rues en question peuvent dépendre du flot de véhicules.

Mais il est tout de même intéressant de savoir que le fait de transformer une rue en rue piétonne peut parfois fluidifier la circulation.

Ce ne sont certes pas les mathématiques qui vont nous permettre de faire le choix entre un système libéral pur et un système centralisé. Mais les quelques idées que nous venons de développer éclairent peut-être un peu le débat.

"Les mathématiques de la population"

Conférence de *Gilles Pison*

Directeur de recherche à l'INED (Institut National d'Etudes démographiques)

Rédacteur en chef de "Population et sociétés".

Le site de l'INED est accessible en cliquant sur la lien: <http://www.ined.fr/>.

S'y trouvent des animations et des simulations concernant l'évolution des populations, que Gilles Pison nous a montrées en temps réel, et que l'on peut trouver également sur le site <http://statistix.fr/>.

Ce dernier, site pédagogique où travaille notamment *Claudine Schwartz*, professeur (statistique) à l'université Joseph Fourier de Grenoble, s'intéresse à l'enseignement des statistiques tout au long du parcours scolaire.

Gilles Pison nous a parlé de l'évolution de la population mondiale au cours de l'histoire.

La population mondiale a évolué très lentement jusqu'au XVIIIème siècle, passant d'environ 150 millions d'habitants en 400 avant JC à 700 millions en 1700 . Puis elle s'est mise à croître plus rapidement, passant d'environ 1 milliard en 1800 pour passer à plus de 6 milliards en 2000, et d'après les prévisions de l'INED, elle atteindra les 9 milliards en 2050.

Le conférencier nous a exposé les raisons de cette évolution, due principalement aux progrès de la médecine, à la gestion des déchets urbains, et à l'augmentation des productions vivrières à partir du XVIIIème siècle, ce qui a permis de diminuer fortement la mortalité sur toute les tranches d'âge et notamment au niveau de la mortalité infantile.

En revanche le comportement en terme de natalité restait constant, d'où un important excédent de naissances par rapport aux morts, et donc un accroissement démographique

important (Principe de la transition démographique du démographe/économiste Adolphe Landry (1874-1956))

Dans un deuxième temps, les familles aspirant à donner un meilleur avenir à leurs enfants, associé au phénomène de déplacement des fonctions de solidarité et de sécurité économique de la famille vers les Etats réduisent, les tailles des fratries.

Au final, la courbe du taux de natalité rejoint, à un niveau légèrement supérieur, la courbe du taux de mortalité.

Contrairement à l'idée reçue, ce phénomène concerne tous les pays de la planète même s'il y a un effet de retard pour l'Afrique subsaharienne. Actuellement, le nombre moyen d'enfants par femme dans le monde est de 2,5, en Afrique de 4,5, et en Europe de 1,5.

Pour assurer le renouvellement des générations, il faut au moins 2,1 enfants par femme (nécessaire pour équilibrer le sexe-ratio).

Gilles Pinson a terminé son exposé en nous présentant différentes simulations selon divers scénarios possibles, c'est à dire selon les valeurs que l'on donne aux différents paramètres, taux de natalité, taux de mortalité...

Il a donné un exemple de simulation sur tableur que l'on peut faire avec des élèves de seconde, et qui permet de visualiser la pyramide des âges selon la valeur choisie de chaque paramètre.

"Mathématiques et cartographie"

Conférence de *Françoise de la Bachelerie et Anne-Marie Aebischer*

IREM de Franche-comté

Elle est accessible sur le blog http://blogs.ac-amiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/.

Voici le résumé que font les conférencières de leur travail.

Nous nous sommes intéressées au problème de la réalisation des cartes, c'est-à-dire de la représentation plane de la Terre. Nous avons d'une part examiné les outils mathématiques utilisés dans différentes projections cartographiques, et par ailleurs nous avons conçu des activités que nous avons expérimentées en classe de seconde de lycée professionnel, en classe de seconde de lycée général et technologique, à la fête de la science ou en licence.

Ces deux aspects, théorie et activités avec les élèves, ont été travaillés conjointement, et dans cet exposé nous les présentons également en parallèle, et non pas l'un après l'autre.

Une des motivations de ce travail a été la présence dans les programmes de seconde précédents d'un thème intitulé "Repérage sur la sphère ; application à la géographie, à l'astronomie". Ce thème n'existe plus de manière explicite, mais néanmoins ce travail n'a pas vieilli en regard des programmes actuels.

"Pourquoi et comment nager dans le miel"

Conférence de *François Alouges*

Professeur au CMAP (Centre de Mathématiques Appliquées de l'Ecole Polytechnique).

Voici son résumé de la problématique de sa conférence.

La compréhension de la nage des bactéries et autres organismes microscopiques dans l'eau est un enjeu pour la conception de micro-robots nageurs. Contre intuitive - à cette échelle l'eau est très visqueuse et a les mêmes propriétés que le miel à notre échelle - la natation se heurte à des obstructions qui en diminuent singulièrement son efficacité. L'exposé, après une explication des divers phénomènes sous-jacents, fera un point des dernières avancées mathématiques obtenues sur ce type de problèmes. Ce domaine se situe à l'intersection de la mécanique des fluides, de la théorie du contrôle, de la géométrie sous riemannienne et de la simulation numérique.

"Analyse d'algorithmes"

Conférence de *Nicolas Pouyanne*

Maître de conférence HDR au laboratoire de Mathématiques de Versailles

Le conférencier nous a parlé des différentes méthodes d'analyse d'algorithmes et des mathématiques auxquelles celles-ci faisaient appel.

L'analyse d'algorithmes est un domaine fondé par Knuth notamment avec son livre *The Art of Computer Programming*, qui comporte trois volumes de 600 pages. Knuth y fonde l'analyse d'algorithmes et en déduit une classification des principaux algorithmes de représentation des données. Knuth se situe lui-même "à cheval" entre l'informatique, l'analyse combinatoire, et la théorie des probabilités.

Le conférencier a pris comme exemple le problème qui se pose à un organisme comme la Sécurité Sociale qui a besoin sans cesse de classer, ranger les affiliés, d'en introduire de nouveaux, d'en supprimer, etc.

La sécurité Sociale utilise des clés (numéros d'affiliés) que l'on assimilera à un réel entre 0 et 1.

L'algorithme de classement le plus souvent utilisé est l'algorithme "quicksort", qui consiste à ranger les nombres dans un arbre binaire où la racine est la première clé lue, et où l'on met à gauche les clés les plus petites et à droite les plus grandes, au fur et à mesure de la lecture.

La question qui se pose est : quel est le nombre de comparaisons à faire quand on insère une nouvelle clé?

- Analyse *au pire* : combien doit-on faire de comparaisons *au pire*?

C'est à dire, dans le pire des cas, combien doit-on faire de comparaisons?

Quand on veut ranger des nombres dans l'ordre croissant, le pire des cas est qu'ils soient rangés dans l'ordre décroissant, donc dans le pire des cas l'introduction de la n -ième clé va coûter n comparaisons.

- Analyse *en moyenne* : combien doit-on faire de comparaisons *en moyenne*?

Cela sous-tend la question de l'aléatoire : la loi est supposée uniforme et les clés arrivent indépendamment les unes des autres.

Un théorème répond à la question: Théorème de Luc Devroye en 1995:

On appelle la hauteur de l'arbre, la profondeur de la clé la plus basse.

Alors hn est de l'ordre de $c \cdot \ln(n)$ quand n tend vers l'infini.

Où hn est la hauteur quand on a inséré n clés, et où c est la plus grande racine de l'équation $x \ln(x/2) = x - 1$.

Donc cet algorithme est efficace.

- Analyse *en distribution*: quelle est la probabilité pour que l'insertion de la n -ième clé coûte le nombre j ?

En d'autres termes on ne se contente plus d'une caractéristique simpliste (la moyenne), mais on vise à quantifier la variabilité et le "risque" possible (vis à vis de temps de calcul excessifs) dans l'utilisation des méthodes de calcul.

C'est un problème mathématique difficile qui fait intervenir trois grandes classes de méthodes:

la combinatoire analytique, la méthode probabiliste, et les systèmes dynamiques.

Théorème: On peut déterminer la forme asymptotique d'un arbre de recherche.

"La cryptographie des Egyptiens à nos jours"

Conférence de Michaël Quisquater

Maître de conférence à l'Université de Versailles Saint Quentin en Yvelines (laboratoire d'informatique PriSM groupe Crypto).

Le conférencier a commencé par énoncer les enjeux de la cryptographie aujourd'hui: confidentialité, authenticité, intégrité, et non-répudiation.

Il a donné des éléments de vocabulaire: cryptographie, cryptanalyse, et cryptologie.

Puis il a fait un historique de la cryptologie depuis les Egyptiens, en montrant comment les problèmes de cryptographie ont évolué durant les siècles.

Théorème: Le système de chiffrement ne doit pas exiger le secret et doit pouvoir sans inconvénient tomber dans les mains de l'ennemi.

Diverses techniques ont été développées comme: le masque jetable (1917), Enigma (1919), chiffrement de Hill, chiffrement de Shannon (1948).

Ce dernier a été un tournant car à partir de Shannon, on fait appel aux mathématiques.

Les systèmes de cryptographie qui étaient à clé privée vont passer à des systèmes à clés publiques.

Le premier système à clé publique est celui de Diffie-Hellman, inventé en 1975.

Le RSA, nom venant des initiales de ses trois inventeurs: Rivest-Shamir-Adleman, repose sur un principe très simple dont la sécurité n'a jamais été démontrée mathématiquement.

C'est une simple constatation algorithmique: il est beaucoup plus aisé de calculer un

produit de nombres que de calculer la décomposition en facteurs premiers surtout pour de grands nombres comportant plusieurs centaines de chiffres.

Le conférencier a fini en donnant les ouvertures actuelles: le cryptage à base de courbes elliptiques et le cryptage quantique.

"Aperçu historique sur les mathématiques de la physique"

Conférence de Dominique Roux.

Inspecteur Général honoraire.

Conférence accessible sur le blog http://blogs.ac-amiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/

"Modélisations mathématiques en économie"

Conférence de Jean-Marc Bonnisseau

Professeur à l'Université Paris 1 Panthéon-Sorbonne

Le thème de sa conférence est la recherche actuelle concernant les modélisations mathématiques en économie.

Les hypothèses de base (concurrence pure et parfaite et donc information parfaite) du modèle idéal-typisé de la théorie standard des marchés, sont rarement réunies.

Il est donc nécessaire d'utiliser une modélisation plus proche des fonctionnements empiriques des marchés.

Ce nouvel axe conduit à une nouvelle tradition de recherche à l'interface des mathématiques et de l'économie, faisant usage de la théorie des jeux, de l'optimisation et de la théorie des points fixes.

Le conférencier a notamment montré que pour rendre compte de certains phénomènes économiques, il ne suffit plus de travailler avec des lois de probabilité, mais que l'on doit introduire la notion de capacité (hypothèse moins forte qu'une probabilité), qui tente de rendre compte de "l'incertain".

"Les algorithmes de classements utilisés dans les moteurs de recherche"

Conférence de Michel Habib

Directeur de LIAFA (Laboratoire d'Informatique Algorithmique Fondements et Applications)

L'exposé complet de la conférence est accessible grâce au lien

<http://www.liafa.jussieu.fr/~habib/Moteurs/10juinInria.pdf>

"Modélisation mathématique de l'hématopoïèse: applications à des maladies hématologiques"

Conférence de Mostafa Adimy

Directeur de Recherche à l'INRIA

Membre de l'Institut Camille Jourdan de l'Université de Lyon 1.

La page personnelle de Mosyafa adimy est <http://www.math.u-bordeaux.fr/~adimy/>

Un résumé de ses recherches est sur son site, il donne l'orientation de sa conférence:

Notre objectif dans cette [ARC](#) (Action de Recherche Collaborative) est de réunir autour de la Modélisation de la Leucémie Myéloïde Chronique (LMC) des chercheurs de l'[INRIA](#), de l'[INSERM](#), du [CNRS](#), des médecins et des universitaires qui s'intéressent à cette thématique. Nous envisageons de développer et d'analyser de nouveaux modèles mathématiques pour cette maladie.

La dynamique de la population des cellules leucémiques sera modélisable principalement à l'aide d'équations aux dérivées partielles. Mais, dans certaines situations ces modèles seront réduits par intégration à des systèmes d'équations différentielles ordinaires ou à retard. Le retard représente ici la durée du cycle cellulaire. Bien qu'ils soient moins précis que les équations aux dérivées partielles, ces systèmes permettent une meilleure appréhension des causes de la déstabilisation des populations de cellules. Les résultats attendus de cette étude pourront, par exemple, expliquer les phénomènes oscillatoires observés lors d'une LMC périodique ainsi que l'évolution de la maladie de la phase chronique vers une phase aigüe. Il est envisagé aussi de développer des outils permettant de définir des stratégies pour optimiser et améliorer l'action de l'Imatinib (médicament anticancéreux commercialisé en Europe sous le nom de Glivec) sur la LMC et de contrôler la résistance de la maladie ainsi que la toxicité du traitement.

Le film "Dimensions"

Film produit par :

[Jos Leys](#) (*Graphiques et animations*)

[Étienne Ghys](#) (*Scénario et mathématiques*)

[Aurélien Alvarez](#) (*Réalisation et post-production*)

En accès libre grâce au lien http://www.dimensions-math.org/Dim_fr.htm

C'est "une promenade mathématique", un film pour tout public, assez époustouflant.

Neuf chapitres, deux heures de maths, pour découvrir progressivement la quatrième dimension.

Certaines séquences de ce film peuvent être utilisées dans les classes du secondaire.

⇒ **Ateliers pédagogiques**

Les ateliers étant mis en parallèle, je n'ai pu assister à tous.

Atelier "La balance de Meslin"

Frank Gautier et Joël Laurut.

Professeurs de Mathématiques et de Physique

Il est accessible sur le blog http://blogs.ac-amiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/

Cette balance a été conçue pour résoudre "physiquement" des équations polynomiales de degré supérieur ou égal à 1.

Atelier "Modélisation 3D, film d'animation et jeux vidéos: une autre approche de la géométrie"

Ludovic Degraeve
IA-IPR de mathématiques

L'animateur de l'atelier, Ludovic Degraeve, donne le lien permettant d'accéder au site où il a déposé ses créations et textes pédagogiques associés. <http://pagesperso-orange.fr/3dmaths/>

Cet atelier a été une présentation du logiciel Blender qui permet de construire des objets en dimension 3, d'une manière différente des constructions classiques sur les logiciels habituels de géométrie dans l'espace.

Il y a eu une mise en situation sur machine.

Atelier "Emergence d'équations à partir de la géométrie du tas de sable"

Martine Janvier

Je n'ai pas assisté à cet atelier mais de nombreuses personnes l'ont mentionné comme étant très intéressant et donnant de nombreuses idées à réinvestir avec les élèves (plutôt au collège).

Atelier " Le logiciel Scilab au lycée: calcul et algorithmique"

Christine et Claude Gomez
Professeur et Directeur du consortium Scilab
Le contenu de l'atelier est accessible sur le blog
http://blogs.acamiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/

Le logiciel scilab a été présenté avec des exemples d'exercices à faire avec les élèves de seconde.

Il peut être pris en main assez rapidement, la syntaxe en étant assez simple.

Il possède une fenêtre graphique.

Il me semble qu'il est utilisé dans les classes préparatoires aux grandes écoles.

Atelier "Algorithmique et progressions spiralées"

Marie-Christine Obert
IA-IPR de Mathématiques
Jean-Marc Duquesnoy
Bernard Chrétien
Olivier Wantiez
Professeurs

Contenu de l'atelier accessible sur le blog http://blogs.ac-amiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/

Une progression spiralée du programme de seconde a été présentée avec de l'algorithmique dans les différents chapitres.

Des exercices d'algorithmique et de programmation dans plusieurs langages, et de difficultés progressives, avec des compétences bien identifiées ont été présentés et discutés.

Atelier "Rudiments pour utiliser le logiciel Scratch en classe de lycée"

Jean-Alain Roddier
Professeur

Le contenu de l'atelier est accessible sur le blog
http://blogs.ac-amiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/

Des activités et exercices d'algorithmique et de programmation avec Scratch ont été présentés.

C'est un logiciel qui a l'avantage de ne pas nécessiter de connaître la syntaxe car elle est écrite sur la fenêtre de l'interface, et qui de plus est assez ludique.

De nombreux programmes écrits avec Scratch sont sur le blog.

Atelier "Analyse , modification, et création d'algorithmes avec Execalgo"

Christophe Barnet

Des activités et exercices d'algorithmique et de programmation avec Execalgo et AlgoBox ont été présentés. AlgoBox a été préféré à Execalgo.

AlgoBox est accessible grâce au lien <http://www.xmlmath.net/algobox/demo.html>

Atelier "Ce que peuvent nous apprendre les mosaïques géométriques antiques sur la géométrie et sur les mosaïstes"

Bernard Parzysz

Je n'ai pas assisté à cet atelier mais les collègues l'ont trouvé très intéressant et source de nombreuses idées à exploiter avec les élèves.

Atelier "Exemples de problèmes de l'enseignement secondaire issus d'autres disciplines"

Paul-Louis Hennequin

Atelier "Démonstrations de résultats plans en passant par l'espace"

Dominique Roux

Michel Tixier

Contenu de l'atelier accessible sur http://blogs.ac-amiens.fr/disciplines/maths_ue_2009/

Je n'ai pas assisté à cet atelier, qui était semble-t-il néanmoins très intéressant.