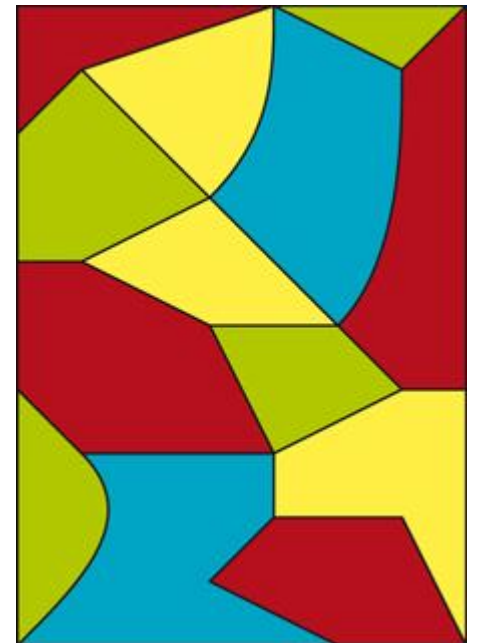


MATH EN JEANS

Cartes colorées



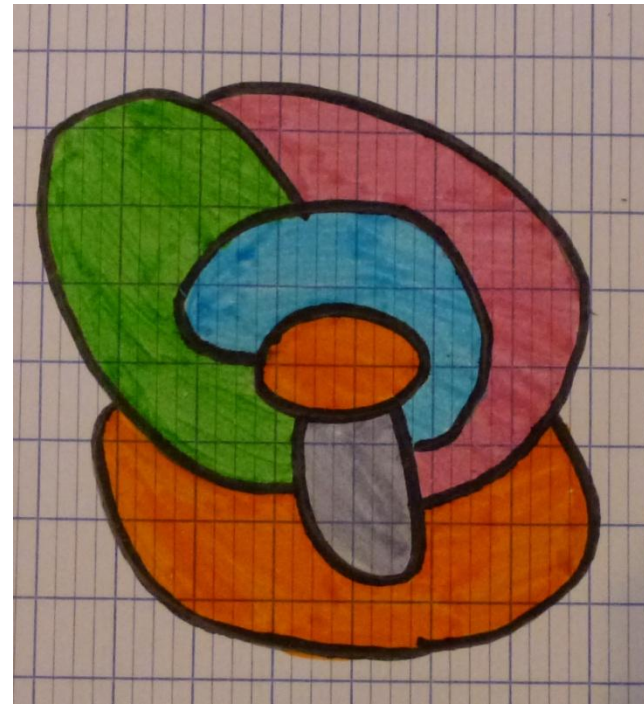
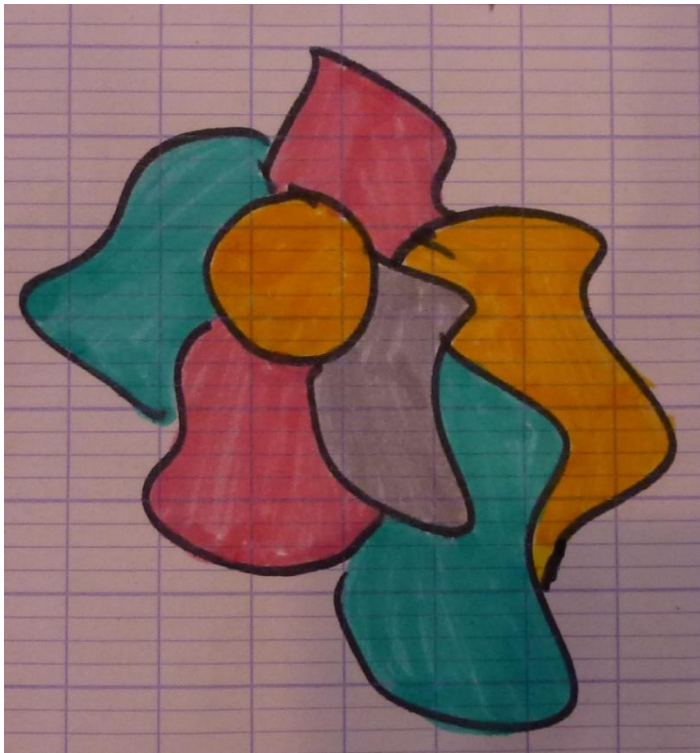
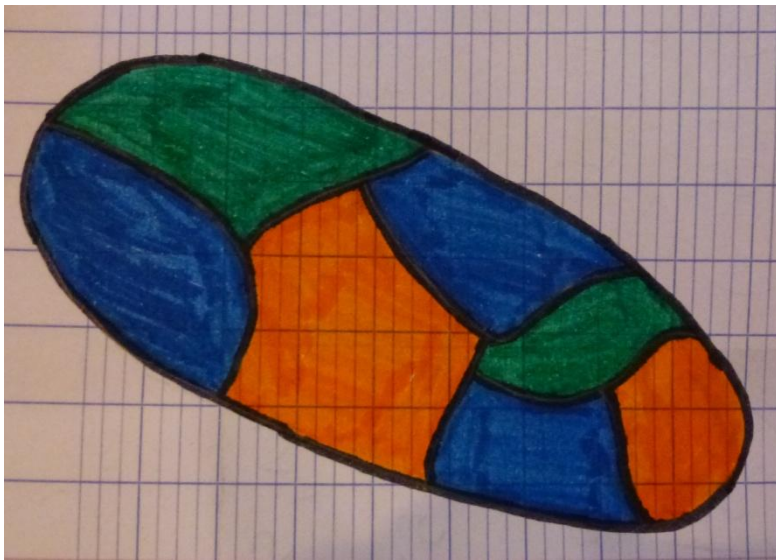
ENONCÉ :

1) Combien de couleurs puis-je utiliser au minimum pour colorier une carte ?

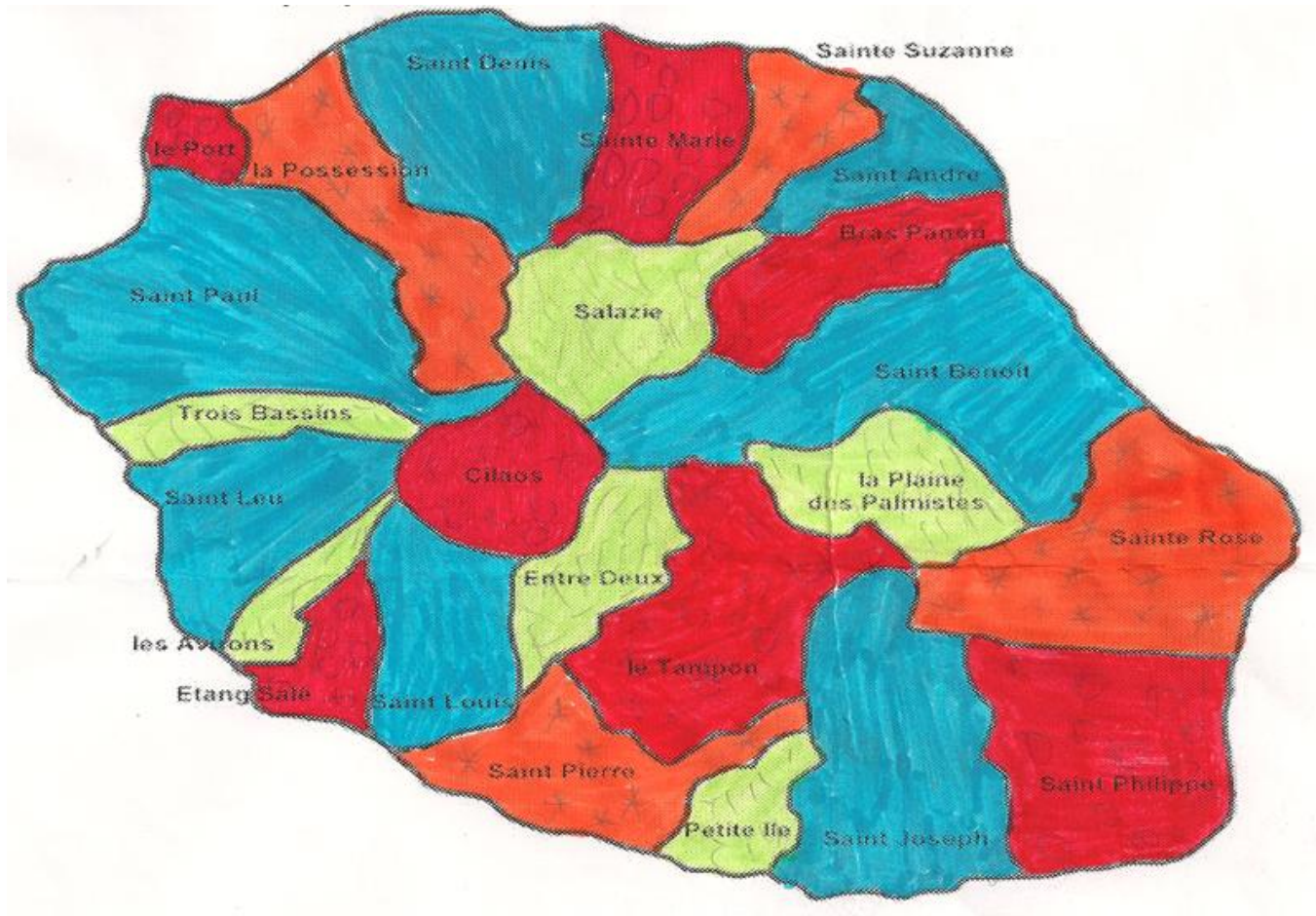
Condition : 2 Pays ayant au moins une ligne de frontière commune ne peuvent être coloriés de la même couleur.



Des cartes imaginées

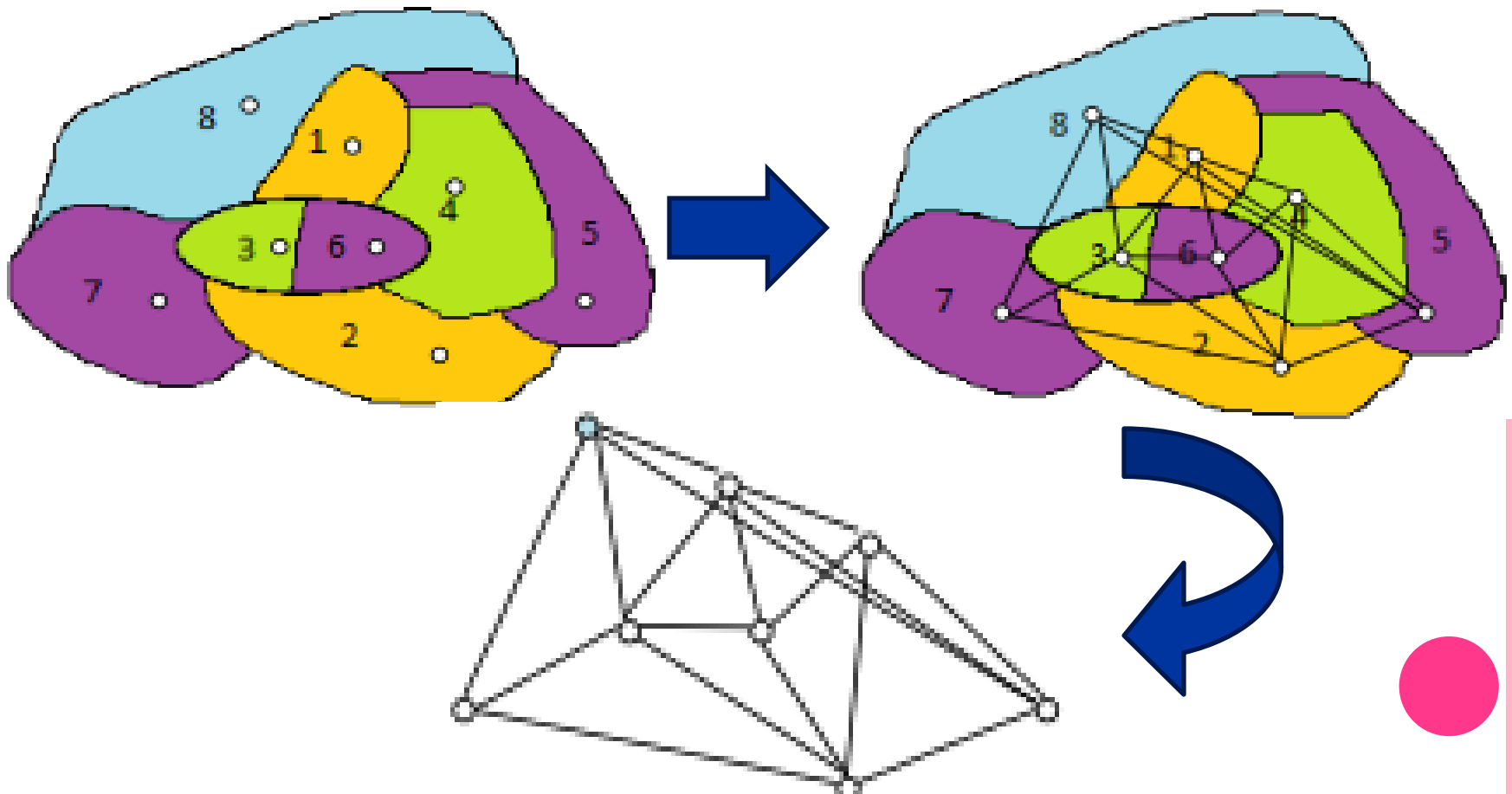


une plus grande carte



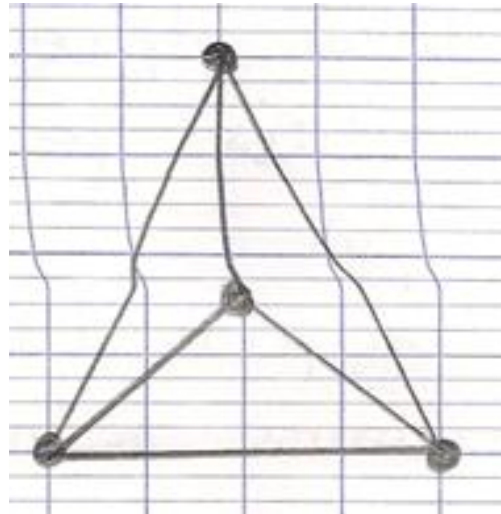
LES GRAPHIQUES PLANAIRES

Les régions (ou pays) sont représentées par des « ronds »
et les frontières par des segments qui les relient les uns
aux autres.

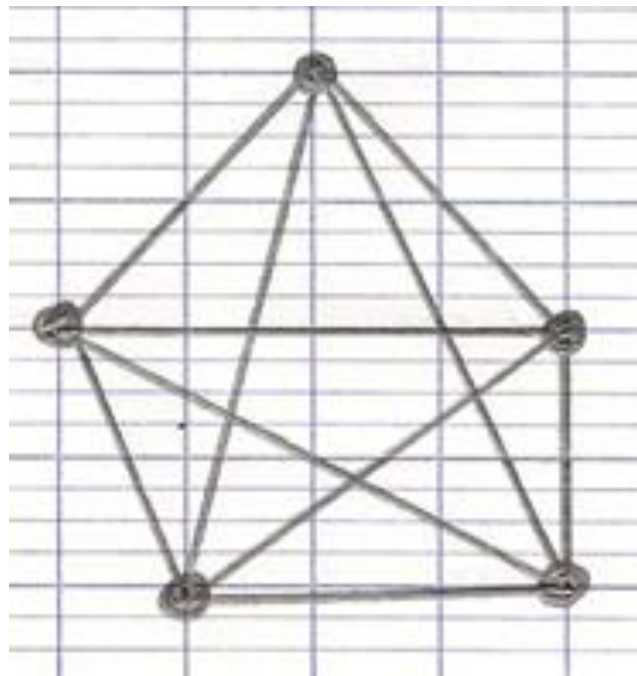


PREMIÈRE CONCLUSION DU TRAVAIL RÉALISÉ

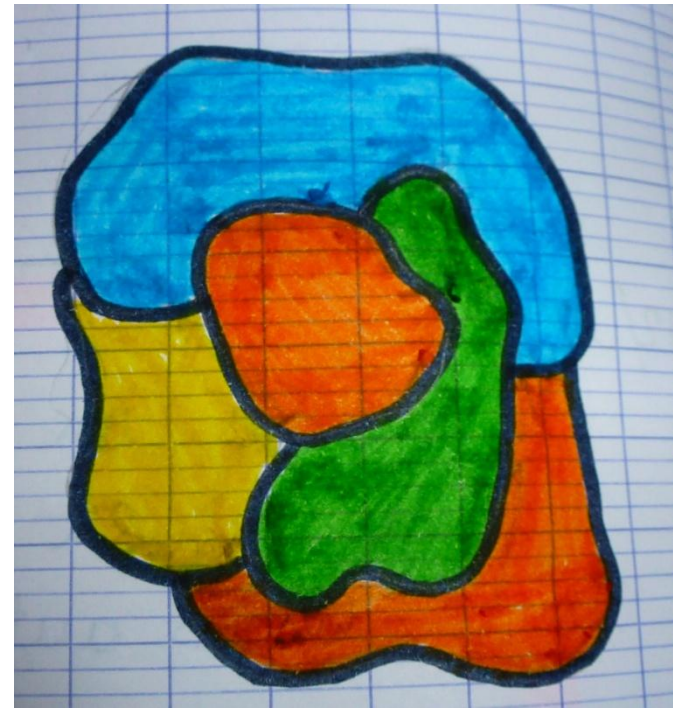
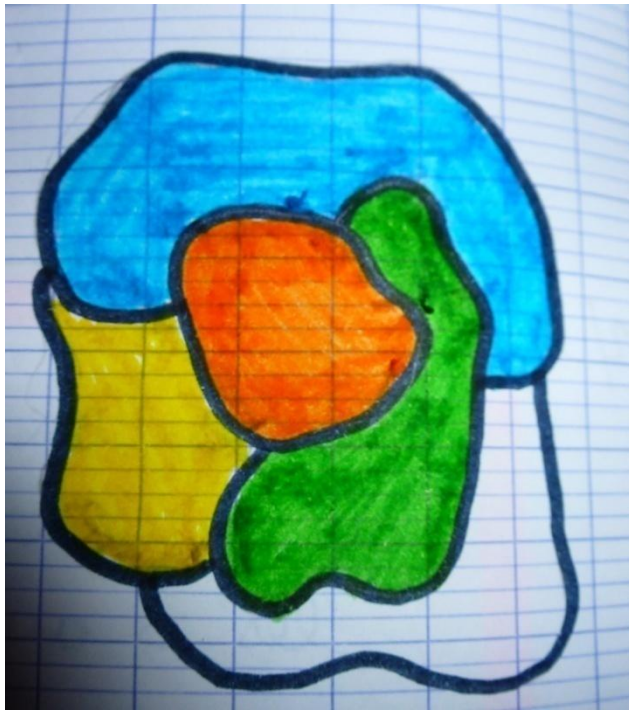
- Dans un graphique à 4 pays, nous savons qu'il est possible que chaque pays soit lié aux trois autres.



- Dans un graphique à 5 pays, pour que chaque pays possède 4 relations, il est obligatoire que 2 frontières se coupent or c'est impossible dans la réalité.



- Après avoir colorié 4 pays qui se touchent mutuellement on, en rajoute un 5^{ème}.
- Comme dit précédemment, ce dernier pays ne peut toucher les 4 autres, il ne peut en toucher que 3 au maximum
C'est pourquoi on peut utiliser 4 couleurs pour colorier une carte avec n'importe quel nombre de régions



ALGORITHME

- Algorithme
- 1~Prendre la couleur bleue
- 2~Colorier la première région
- 3~Regarder si la région 2 touche une région déjà coloriée en bleue
- 4~Si elle touche, on ne la colorie pas
- 5~Sinon la colorier en bleue
- 6~Regarder si la région 3 touche une région déjà coloriée en bleue
- 7~Répéter la boucle jusqu'à la région 6 (pour le bleue)
- 8~Prendre la couleur rouge
- 9~Colorier la région ayant le plus petit numéro et qui ne soit pas encore coloriée
- 10~ Regarder si la région portant le numéro suivant est colorié
- 11~Si elle est coloriée, passer à l'étape 13
- 12~Sinon la colorier en rouge
- 13~Regarder si la région portant le numéro suivant est coloriée
- 14~Répéter les étapes 10,11,12 jusqu'à la région 6



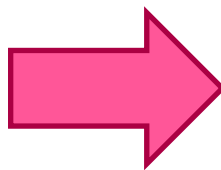
- Algorithme de coloration :
- # remarques : tout caractère précédé du dièse est un commentaire et ne sera pas interprété au moment du codage.
- # à coder en python après avoir installé : PortablePython_1.1_py2.5.4
- N=nombre de régions
- M=M[k,j]= matrice des frontières (de 0 et de 1 de dim N²)
- R=[0,0,0,0,0] # autant de 0 que de régions à colorier
- Pour la couleur c allant de 1 à 4 :
- on récupère le 1er indice I pour lequel c=0
- R[i]=c # on colorie
- # on teste les autres régions :
- Pour les régions de k=i+1 à k=N:
- si R[k]≠0 : # on ne fait rien # pas utile à coder
- si R[k]=0 : # on teste s'il est voisin d'une région
- déjà coloriée avec la lettre c
- V=0 # test de voisinage
- Pour tout j < k+1 : # régions précédentes
- if R[j]=c :
- if M[k,j]=1 : V=1
- else V=0
- if V=0 : R[k]=c
- # if V=1 : k=k+1 ; on épuise la couleur
- Afficher la liste R



- Pour utiliser l'algorithme, il faut numéroté de 1 à n les régions d'une carte.
- Puis, il faut remplir une matrice avec des 0 et des 1 où :
 - 0 signifie que les régions ne se touchent pas.
 - 1 signifie que les régions se touchent.

Avant de compléter la matrice nous avons rempli un tableau comme ceci :

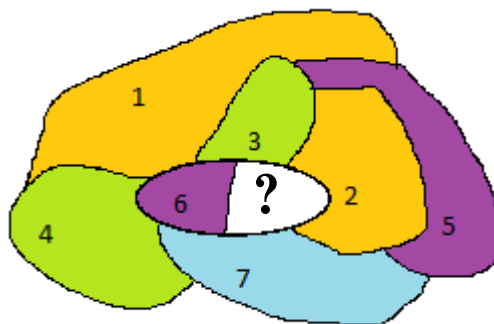
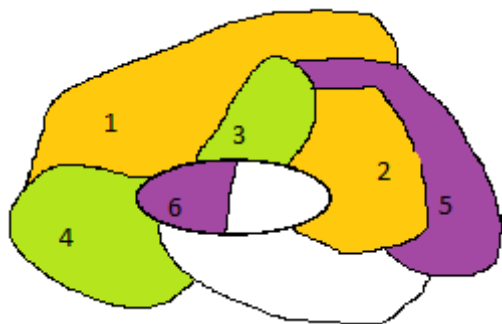
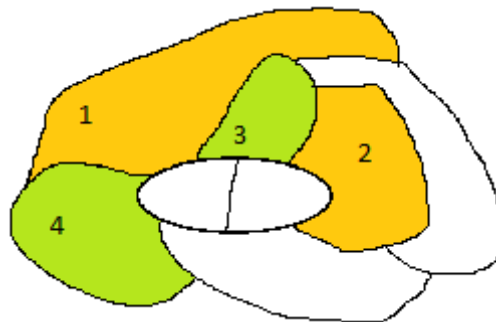
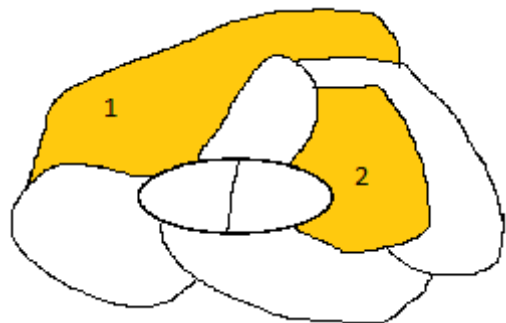
	1	2	3	4	5	6
1	1	1	0	0	1	1
2	1	1	1	0	0	1
3	0	1	1	1	1	1
4	0	0	1	1	1	0
5	1	0	1	1	1	1
6	1	1	1	0	1	1



1	1	0	0	1	1
1	1	1	0	0	1
0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	1	0	1	1



ORDRE DE PRIORITÉ

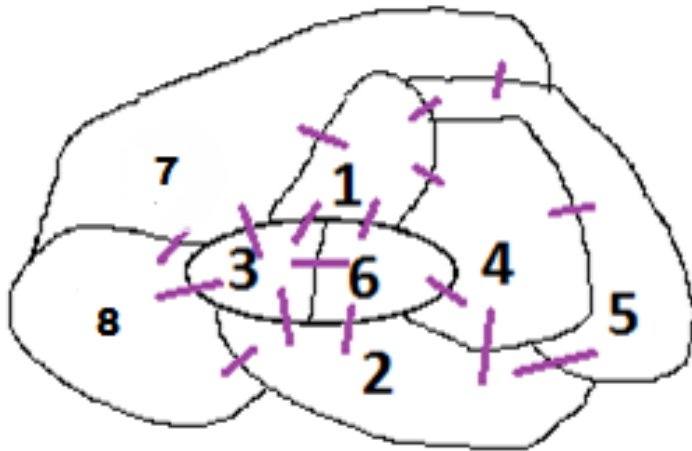


Si l'on suit l'algorithme, on se rend compte que pour certaines cartes il est nécessaire d'utiliser 5 couleurs pour la colorier.

Dans cet exemple, l'ordre des régions a été pris au hasard.

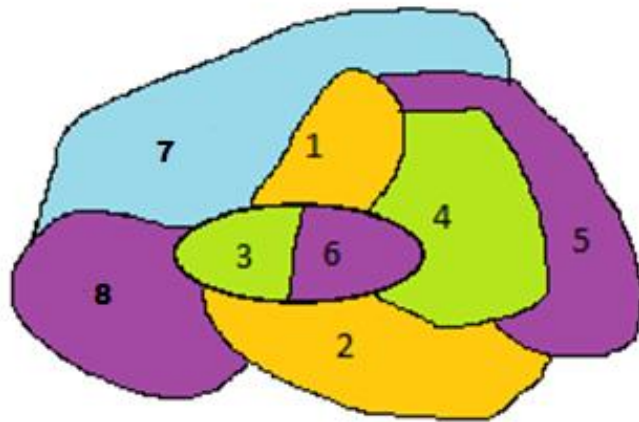
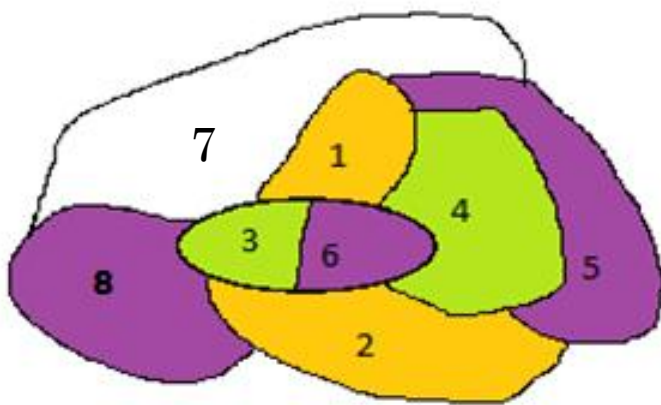
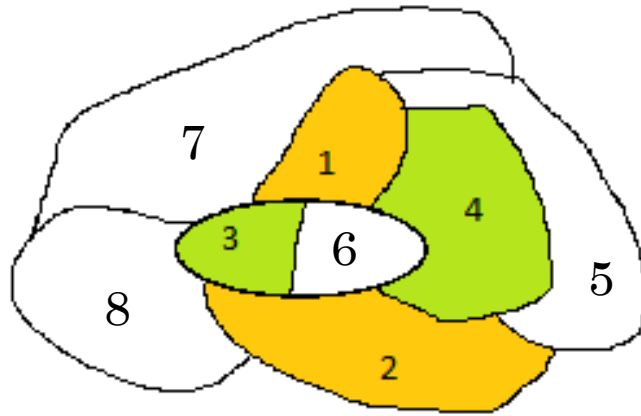
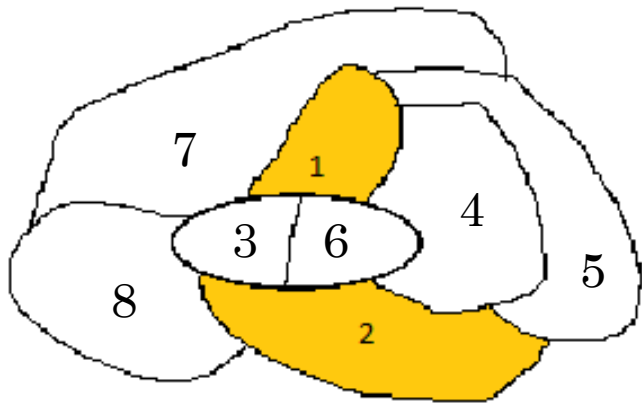


- Nous essayons alors de colorier cette même carte mais en classant les régions en fonction de leur nombre de voisins.



Région n°1 : 5
frontières
Région n°2 : 5
frontières
Région n°3 : 5
frontières
Région n°4 : 4
frontières
Région n°5 : 4
frontières
Région n°6 : 4
frontières
Région n°7 : 4
frontières
Région n°8 : 3
frontières





Cette carte peut donc être elle aussi coloriée avec 4 couleurs mais en coloriant en priorité les régions ayant le plus de voisins.

Pour colorier une carte en utilisant le moins de couleur possible il faut donc classer les régions en fonction de leur nombre de voisins et les classer en suivant cet ordre et utiliser l'algorithme.



ATELIER MATHENJEANS 2012-2013

***JUMELAGE ST DENIS / LE PORT
(ÎLE DE LA RÉUNION)***

Elèves des lycées Bellepierre et Hinglo
de La Réunion.

Professeurs : Mmes LE GONIDEC et FUR
Mr ANSELMET